

8 . Geometría

Para muchas situaciones nos interesa poder calcular medidas sin tener que medir.

Dadas las relaciones que hay en determinadas figuras esto se puede hacer de forma sencilla en muchos casos.

8.1 Teorema de Pitágoras.

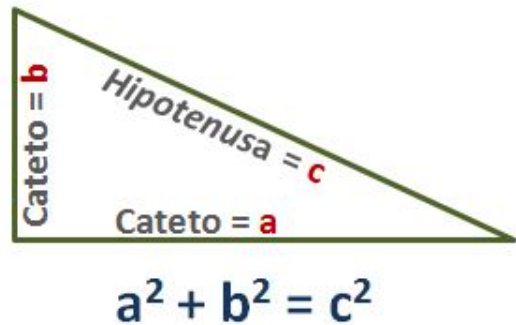
Sólo se cumple en los triángulos rectángulos: aquellos en los que uno de sus ángulos mide 90°.

En un triángulo rectángulo SIEMPRE hay un lado que mide más que los demás. Ese lado se llama hipotenusa.

Los otros dos lados se llaman catetos.

Teorema de Pitágoras: “El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.”

*Si sabemos lo que miden los catetos, por ejemplo $a = 10$ y $b = 4$, entonces la hipotenusa medirá:
 $c^2 = 10^2 + 4^2 = 116$ así que $c = \sqrt{116} = 10'77$*



8.1.1 Ejercicios resueltos.

a) Tenemos una televisión de 50 pulgadas. Sabemos que de alto mide 25 pulgadas. ¿Cuánto mide de ancho?

En este caso la hipotenusa $c = 50$ p. y $b = 25$ p.

Así que se cumple $a^2 + 25^2 = 50^2$ simplificando

$$a^2 + 625 = 2500 \quad \text{restando 625}$$

$$a^2 = 1875 \quad \text{tomando la raíz cuadrada}$$

$$a = \pm 43'3$$



Como es imposible que sea una distancia negativa, la solución que vale es la positiva.

De ancho mide 43'3 pulgadas.

b) Una portería de fútbol mide 2'44 m de alto y 7'32 m de ancho. ¿Cuánto mide la diagonal?

En este caso conocemos los catetos:

$a = 7'32$ m y $b = 2'44$ m

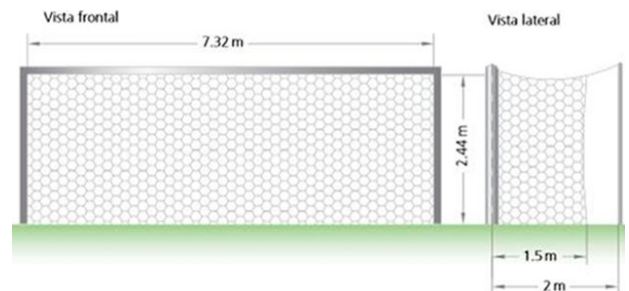
Así que se cumple

$$7'32^2 + 2'44^2 = c^2 \quad \text{simplificando}$$

$$59'53 = c^2 \quad \text{tomando la raíz cuadrada}$$

$$\pm 7'71 = c$$

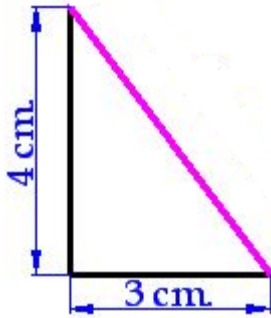
En una portería de fútbol la diagonal mide 7'71 m.



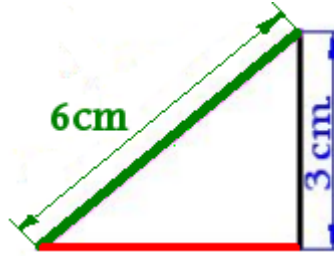
8.1.2 Práctico tú.

Calcula el lado del triángulo que falta en cada caso.

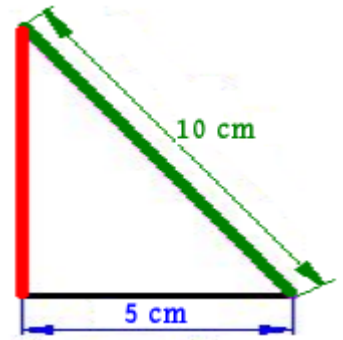
a)



b)



c)



8.2 Volúmenes.

<p>Las longitudes se miden en metros.</p>	<p>El área se mide en metros cuadrados por lo que significa.</p> <p>$3\text{m} \times 8\text{m} = 24\text{m}^2$</p>	<p>El volumen se mide en metros cúbicos.</p> <p>3 de alto, 4 de ancho y 5 de alto $\rightarrow 3\text{m} \times 4\text{m} \times 5\text{m} = 60\text{m}^3$</p>
---	--	--

Cuando no es un prisma rectangular hay que intentar otras cosas.

<p>Si es un prisma, hay que calcular el área de la base y se multiplica por la altura.</p>	<p>En un cilindro la idea es la misma: área de la base por altura. Como la base es una circunferencia, el área es πr^2</p>	<p>En una pirámide, el volumen es un tercio del que sería si fuese un prisma.</p>
<p>Prisma recto</p>	<p>$V = A_B \cdot h$</p>	<p>$V = \pi r^2 h$</p>
<p>$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$</p>		

8.2.1 Ejercicios resueltos.

a) Una piscina mide 10 m de ancho, 30 m de largo y 2 m de profundo. Si la llenáramos hasta el borde ¿Cuántos m³ de agua entrarían?

Sólo hay que multiplicar las tres medidas que nos dan:

$$\text{Volumen} = \text{ancho} \cdot \text{largo} \cdot \text{profundo} = 10\text{m} \cdot 30\text{m} \cdot 2\text{m} = 60\text{m}^3.$$

Entrarían 60m³ de agua.

b) Marta ha hecho una construcción con piezas de lego. Cada pieza mide 2 x 3 x 4 cm. Y la construcción está hecha con exactamente 23 piezas iguales. ¿Qué volumen tiene la construcción?

$$\text{El volumen de cada pieza es } 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} \cdot 4\text{cm} = 24\text{cm}^3$$

Si ha usado 23 piezas, **el volumen total será** $23 \cdot 24\text{cm}^3 = 552\text{cm}^3$

c) La pirámide de Guiza, la más grande del mundo, es de base cuadrada. Los lados de la base miden 230'363 m y tuvo una altura máxima de 146'7m. ¿Qué volumen ocupa?

Como la base es cuadrada, su área es $(230'363 \text{ m})^2 = 53.067'111769 \text{ m}^2$

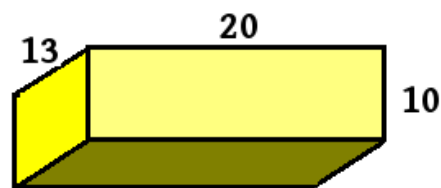
Aplicando la fórmula del volumen de una pirámide: $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$ queda

$$V = \frac{1}{3} 53.067'111769 \text{ m}^2 \cdot 146'7 \text{ m} = 7.784.945'296 \text{ m}^3$$

El volumen de la pirámide de Guiza es 7.784.945'296 m³

8.2.2 Prácticalo tú.

a) En un cofre del tesoro hemos encontrado 15 lingotes de oro. Los lingotes miden 13 x 20 x 10 cm. ¿Qué volumen de oro hay en total? (consideramos los lingotes como prismas rectangulares)



b) ¿Cuál es el volumen de la pirámide de la figura?

